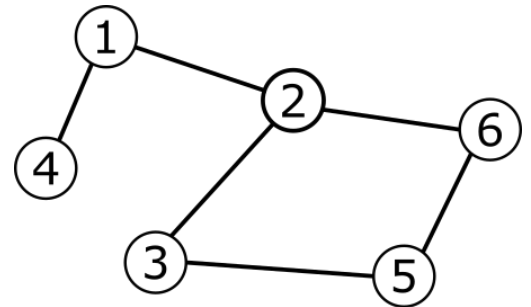


Das Hamiltonproblem

Allgemeines der Graphentheorie

- Graph G wird als $G = (V, E)$ definiert
- Knoten sind Punkte, die durch Kanten verbunden sind
- V ist die Menge aller Knoten
- E ist die Menge aller Kanten
- Kante zwischen zwei Knoten $u, v: \{u, v\}$



Grundbegriffe der Graphentheorie

- n = Anzahl der Knoten
- m = Anzahl der Kanten
- zwei Knoten sind adjacent, wenn sie durch eine Kante verbunden sind
- wenn eine Kante e den Endknoten v , dann ist e incident zu v
- der Grad $\deg v$ eines Knotens v bezeichnet die zu v inzidenten Kanten
- Maximalgrad: $\Delta(G) = \max_{v \in V} \deg v$
- Minimalgrad: $\alpha(G) = \min_{v \in V} \deg v$
- Adjazenzmatrix:
 - tabellenartige Darstellung
 - Spalte und Zeile sind jeweils ein Knoten
 - Kanten zwischen diesen Knoten ist dann an der Schnittstelle der Spalte und Zeile
- Adjazenzmatrix zum Graphen oben:

$$\begin{bmatrix}
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
 \end{bmatrix}$$

Das Hamiltonproblem

- Hamiltonweg: Kantenzug, in dem jeder Knoten einmal und jede Kante maximal einmal durchlaufen wird
- Hamiltonkreis: wie Hamiltonweg, nur dass der letzte Knoten adjacent zum ersten sein muss

Finden von Hamiltonkreisen

Mathematische Sätze

Satz von Dirac

Jeder Graph mit $n \geq 3$ Knoten und Minimalgrad $\alpha(G) \geq n/2$, enthält einen Hamiltonkreis.

Satz nach Ore

Jeder Graph mit $n \geq 3$ Knoten und nicht adjazenten Knoten a, b , wobei $\deg(a) + \deg(b) \geq n$ ist, dann enthält der Graph einen Hamiltonkreis.

Probleme des Lösens mit mathematischen Sätzen:

- Nicht jeder Hamiltonkreis wird erfasst
- Zeigen nicht den konkreten Hamiltonkreis

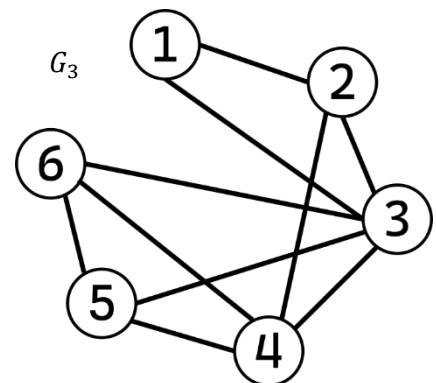
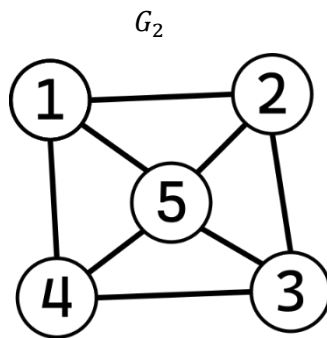
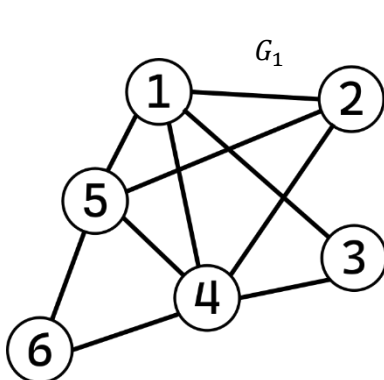
Algorithmen

- schlechte Zeitkomplexität
- Laufzeit kann durch $f(n) = (n - 1)!$ angegeben werden
- $f(n)$ befindet sich in der Ordnung $\mathcal{O}(n!)$
- Hamiltonproblem ist in der Komplexitätsklasse $\mathcal{NP}$ -vollständig

Probleme des Algorithmischen Lösens

- bei geringer Anzahl von Knoten noch effizient
- große Anzahl von Knoten fast unmöglich

Aufgaben Gruppe 1



1. Gib von G_1 an!

- $V(G_1) =$
- $E(G_1) =$
- $n =$
- $\deg 3 =$
- $\max_{v \in V} \deg v =$

2. Gib die Adjazenzmatrix von G_1 an!

3. Kreuze an!

Nach dem Satz von Dirac existiert ein Hamiltonkreis in G_1 .

☐ Ja ☐ Nein

Nach dem Satz nach Ore existiert ein Hamiltonkreis in G_1 .

☐ Ja ☐ Nein

4. Gib alle Hamiltonkreise in G_1 an!

Website: paulhorler.github.io
